LPM **2010/2011**	**SERIE D'EXERCICES**	**Prof: MOHAMED BENZINA**
	MATHEMATIQUE	**Classe 3T**

EXERCICE N° 1 :

On considère la fonction f définie sur *IR* par : $f(x)=\dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}-1$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité 2cm).

1) *a* – Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$. Interpréter graphiquement.

   b – Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) *a* – Montrer que *f* est dérivable sur *IR* et que pour tout $x\in IR$, $f'(x)=\dfrac{1-x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$.

   b – Dresser le tableau de variation de *f*.

3) *a* – Déterminer une équation de la tangente *T* à la courbe C_f au point d'abscisses 0.

   b – Etudier la position relative de C_f par rapport à *T*.

   c – Tracer *T* et C_f.

EXERCICE N° 2 :

I – Soit la fonction *f* définie sur IR $\setminus\{-2\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2+\alpha x+\beta}{x+2}$ (α et β deux réels)

1) Montrer que, pour tout $x\in$ IR $\setminus\{-2\}$ on a : $f'(x)=\dfrac{x^2+4x+2\alpha-\beta}{(x+2)^2}$.

2) Déterminer les valeurs de α et β tel que :
   - *f* admet un extremum en -1.
   - ζ_f passe par le point $E(-1;-1)$.

II – On prend dans la suite $\alpha=1$ et $\beta=-1$ alors : $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$

1) Etudier les limites de *f* en $-\infty$, en $+\infty$ et en -2.
   En déduire que la courbe ζ_f admet une asymptote *D*.

2) *a* – Déterminer les réels *a*, *b* et *c* tel que : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$, pour tout $x\in$ IR $\setminus\{-2\}$.

   b – En déduire que la courbe ζ_f admet une asymptote oblique Δ dont on déterminera une équation cartésienne.

   c – Déterminer la position de ζ_f par rapport à Δ.

3) Déterminer le point d'intersection des droites *D* et Δ.
4) Démontrer que le point $A(-2;-3)$ est un centre de symétrie pour la courbe ζ_f.
5) *a*- Dresser le tableau de variation de *f*.

   b- Tracer les droites *D* et Δ et la courbe ζ_f

EXERCICE N°3 :

A) Soit MNPQ un carré avec MN=6. Et I son centre Calculer les produits scalaires
$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{QP}$; $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{IN}.\overrightarrow{IP}$ et $\overrightarrow{QI}.\overrightarrow{NI}$

B) Soit ABC un triangle tel que AB=2, AC=3 et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 4$

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B
2) Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

EXERCICE N°4 :

Soit A et B deux points tel que AB=4; I=A*B et G le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B,-2)

1)a) Montrer que $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{BA}$

b) En déduire GA et GB

2) Déterminer l'ensemble E des points M du plan tel que: $MA^2-MB^2=7$

3) Soit H= A*I . Déterminer l'ensemble D des points M du plan tel que: $MA^2-MB^2=8$

EXERCICE N° 5:

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-2x-2}{x+1}$.

1) a) Déterminer le domaine de f noté Df.
   b) Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ puis interpréter le résultat obtenu

2) a) Déterminer les réels a, b et c tel que pour tout $x\in Df$ on a: $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.
   b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   c) Montrer que la droite D:y=x-3 est une asymptote oblique pour ζf au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.
   d) Etudier la position de ζf par rapport à D.

3) a) Montrer que f est dérivable sur Df est que $f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.
   b) Dresser le tableau de variation de f.
   c) Préciser les extrema de f.

4) a) Ecrire l'équation cartésienne de la tangente à ζf au point d'abscisse 1.
   b) Tracer D , T et ζf